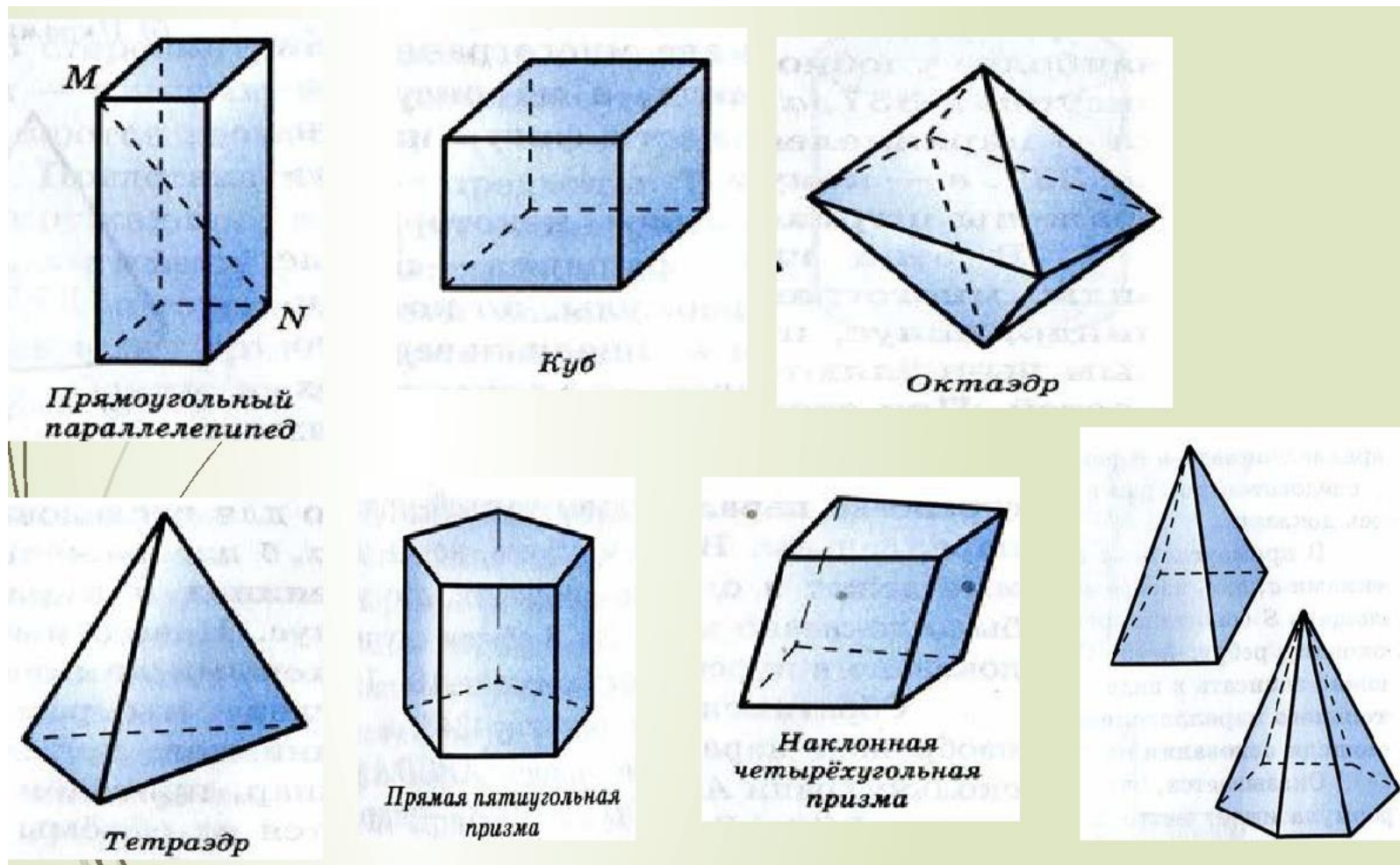
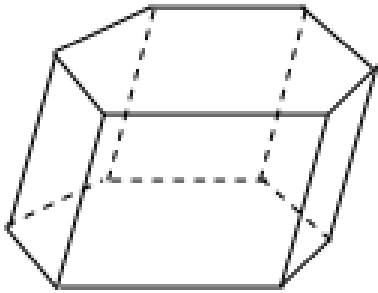


Стереометрия

Параллелепипед, призма, пирамида

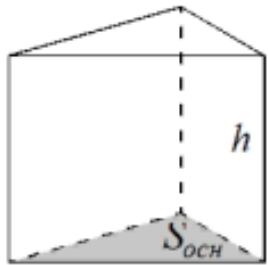


Призма



Призмой (n-угольной призмой) называется многогранник, две грани которого — равные n-угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные n граней — параллелограммы.

Прямая призма



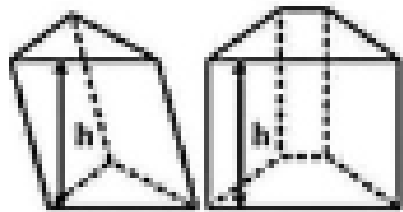
$$V = S_{\text{осн}} h$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} h$$

Прямой призмой называется призма, боковое ребро которой перпендикулярно плоскости основания.

Высота прямой призмы равна ее боковому ребру, а все боковые грани прямой призмы — прямоугольники.

Правильной призмой называется прямая призма, основание которой — правильный многоугольник.



призма

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

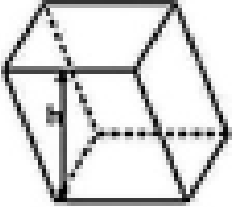
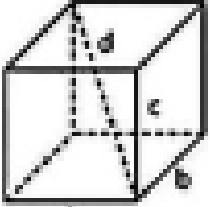
$S_{\text{осн}}$ — площадь основания

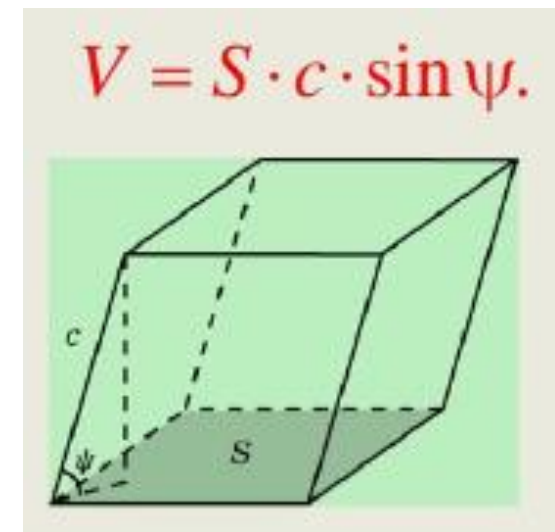
h — высота

Параллелепипед

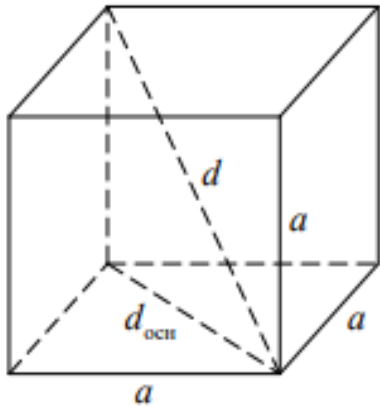
Параллелепипед – это многогранник, у которого шесть граней, каждая из которых - параллелограмм.

Прямоугольный параллелепипед – это параллелепипед, у которого все грани - прямоугольники

 <p>$V = S_{\text{осн}} \cdot h$</p> <p>параллелепипед</p>	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ <p>$S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота</p>
 <p>$V = a \cdot b \cdot c$</p> <p>прямоугольный параллелепипед</p>	$S = 2ab + 2ac + 2bc$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



Куб



Куб — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат.

Куб является частным случаем параллелепипеда и призмы, поэтому для него выполнены все их свойства.

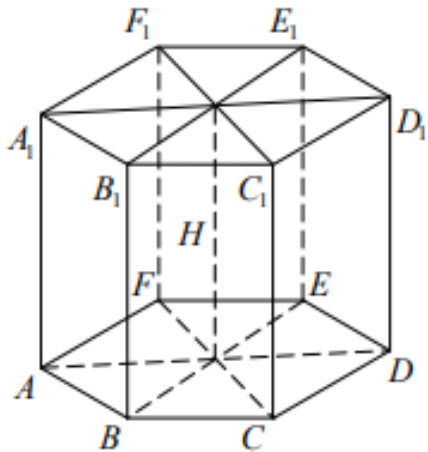
$$d_{\text{осн}} = a\sqrt{2},$$

$$d = a\sqrt{3},$$

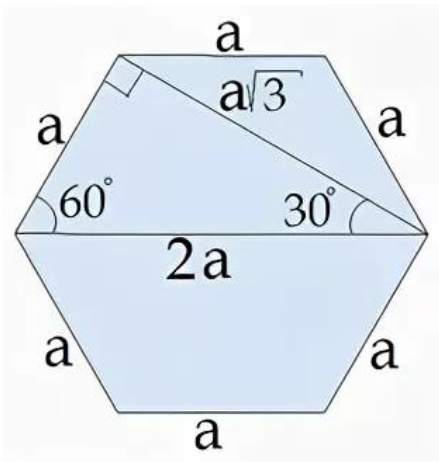
$$S_{\text{полн}} = 6a^2,$$

$$V = a^3.$$

Правильная шестиугольная призма



$$S_{\text{осн}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$$



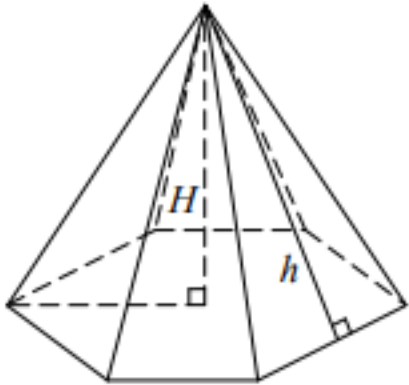
В основании правильной шестиугольной призмы лежит правильный шестиугольник.

Свойства правильного шестиугольника:

- Сторона правильного шестиугольника равна радиусу описанной вокруг него окружности.
- Угол между сторонами правильного шестиугольника равен 120° .
- Большая диагональ правильного шестиугольника является диаметром описанной вокруг него окружности и равна двум его сторонам.
- Меньшая диагональ правильного шестиугольника в $\sqrt{3}$ раз больше его стороны.
- Меньшая диагональ правильного шестиугольника перпендикулярна его стороне.
- Треугольник, образованный стороной шестиугольника, его большей и меньшей диагоналями, прямоугольный, а его углы равны 30° и 60° .

Пирамида

Пирамида - это многогранник, основание которого – многоугольник, а грани – треугольники, имеющие общую вершину.

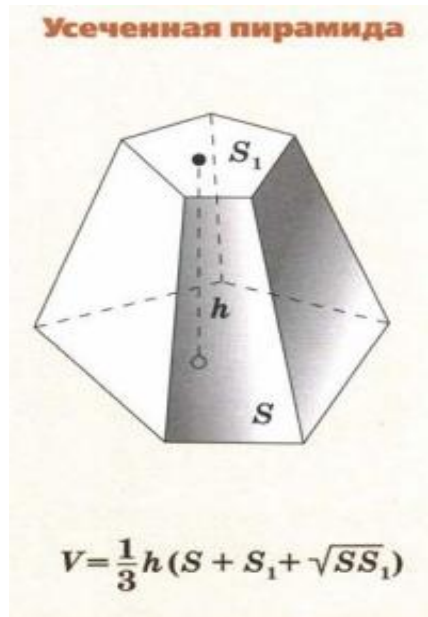


Пирамида называется **правильной**, если ее **основание – правильный многоугольник**, а основание ее высоты – центр этого многоугольника.

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} h,$$

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}},$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H.$$



№1. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.

$$S=18=6a^2$$

$$d=3$$

Ответ: 3

№2. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.

a - исходная сторона куба

$a+1$ - новая сторона

Составить уравнение: разность площадей пов. = 54

найти из уравнения a . Ответ: 4

№3. Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Если объем в 8 раз больше, то сторона в 2 раза больше.

Тогда площадь больше в 4 раза.

Ответ: 4

№4. В кубе $ABCA_1B_1C_1D_1$ точка К — середина ребра AA_1 , точка L — середина ребра A_1B_1 , точка М — середина ребра A_1D_1 . Найдите угол MLK. Ответ дайте в градусах.

Треугольник MLK - равносторонний
Ответ: 60

№5. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

$S=94=2(ab+ac+bc)$
Ответ: 5

№6. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 4, 6, 9. Найдите ребро равновеликого ему куба.

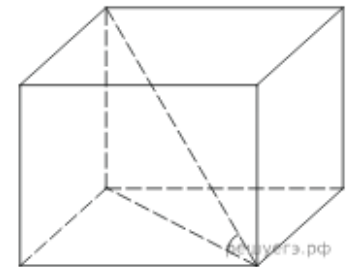
равновеликие - равные объемы
Ответ: 6

№7. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.

Через формулу диагонали
Ответ: 32

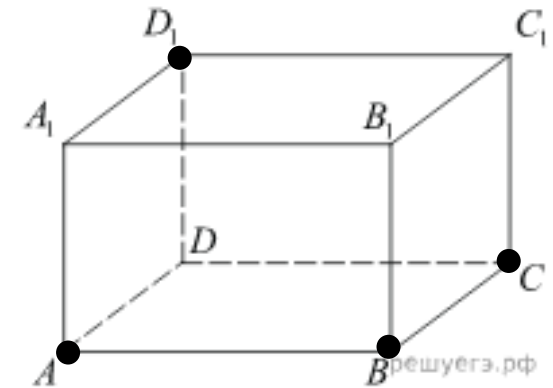
№8. Одна из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{8}$ и образует с плоскостью этой грани угол 45° . Найдите объем параллелепипеда.

найти бок.ребро через т. Пифагора или синус
труг. равнобедренный
через диагональ основания найти сторону основания
Ответ: 4



№9. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4, AD = 3, AA_1 = 4$.

Объем пирамиды
 $H=4. S=6$
Ответ: 8



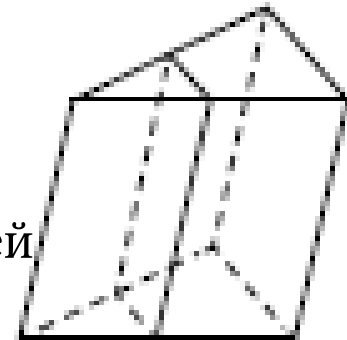
№10. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB = 2$, ребро $AD = \sqrt{5}$, ребро $AA_1 = 2$. Точка K — середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D_1 и K .

Ответ: 5 Сечение - прямоугольник.

№11. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.

Ответ: 12

Периметр основания отсеч. призмы в два раза меньше периметра основания исходной, поэтому соотношение площадей такое же.

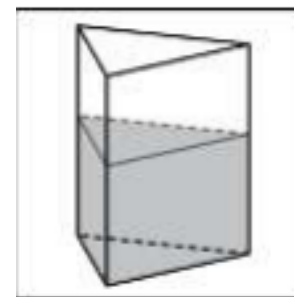


№12. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 см^3 воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 27 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .

$$S = 2300 : 25 = 92$$

$$V = 92 \cdot 2$$

Ответ: 184



№13. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.

Ответ: 5

Т.к. сторона основания в 4 раза больше, то площадь в 16 раз больше. Если объем остается одинаковый, то высота станет в 16 раз меньше, т.е. $80:16=5$.

№14. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота — 10.

$$(6 \cdot 5) \cdot 10 = 300 \text{ (периметр основания умножить на высоту)}$$

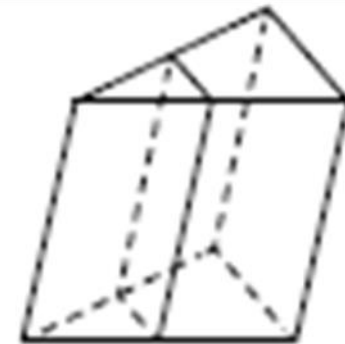
Ответ: 300

№15. Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.

Ответ: 4,5

№16. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объем исходной призмы.

S основ. исходной в 4 раза больше
Ответ: 20



№17. Найдите объем призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 2, а боковые ребра равны $2\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30° .

Найти высоту и S основ.

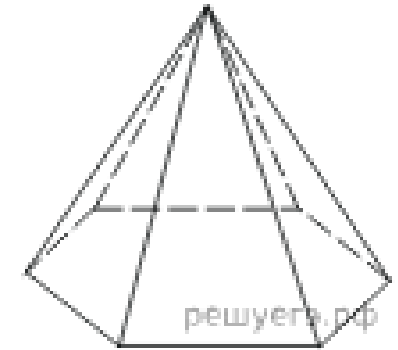
Ответ: 18

№18. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 2, боковые ребра равны 5. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины ребер AB , AC , A_1B_1 и A_1C_1 .

Ответ: 5 Сечение - прямоугольник

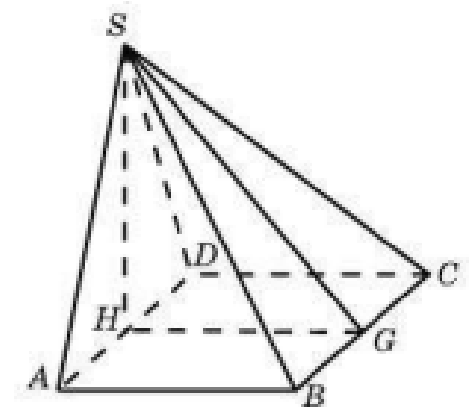
№19. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

Найти h грани по теореме Пифагора
Ответ: 360



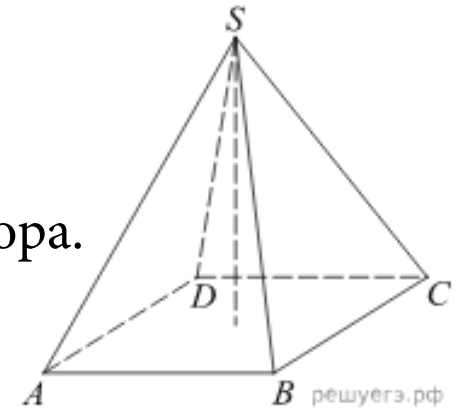
№20. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.

через тангенсы найти HG , AH .
Ответ: 48



№21. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12, объем равен 200. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

Сначала найти площадь основания и через нее диагональ основания. Далее по теор. Пифагора.
Ответ: 13



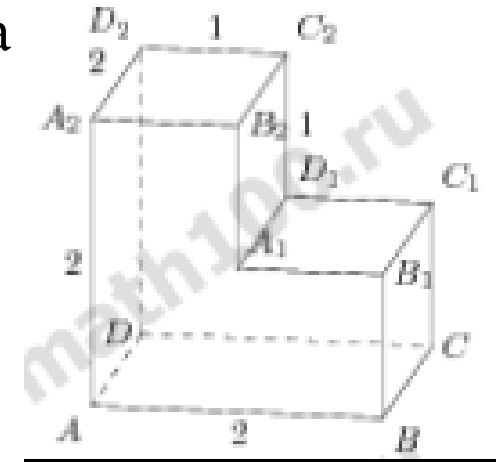
№22. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD с основанием ABCD боковое ребро SA равно 5, сторона основания равна $3\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.

Сначала найти площадь основания и через нее диагональ основания. Далее по теор. Пифагора найти высоту.
Ответ: 24

№23. Найдите расстояние между вершинами A и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

по формуле диагонали параллелепипеда

Ответ: 3



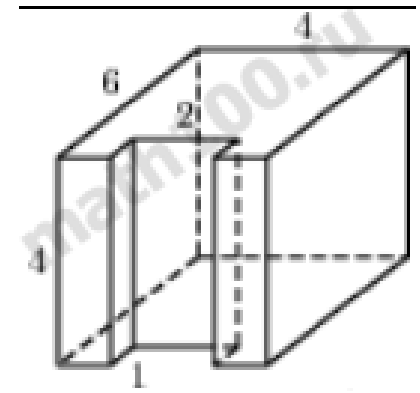
№24. Найдите угол CAD_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.

Ответ: 60

Рассмотреть треугольник CAD_2 .

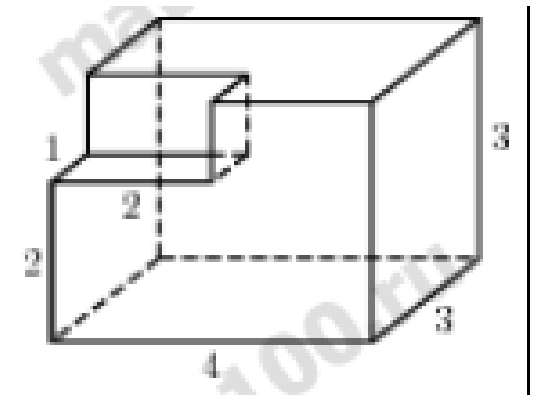
№25. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

Ответ: 132



№ 26. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

Ответ: 34



№27. Объем куба равен $24\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

Ответ: 6